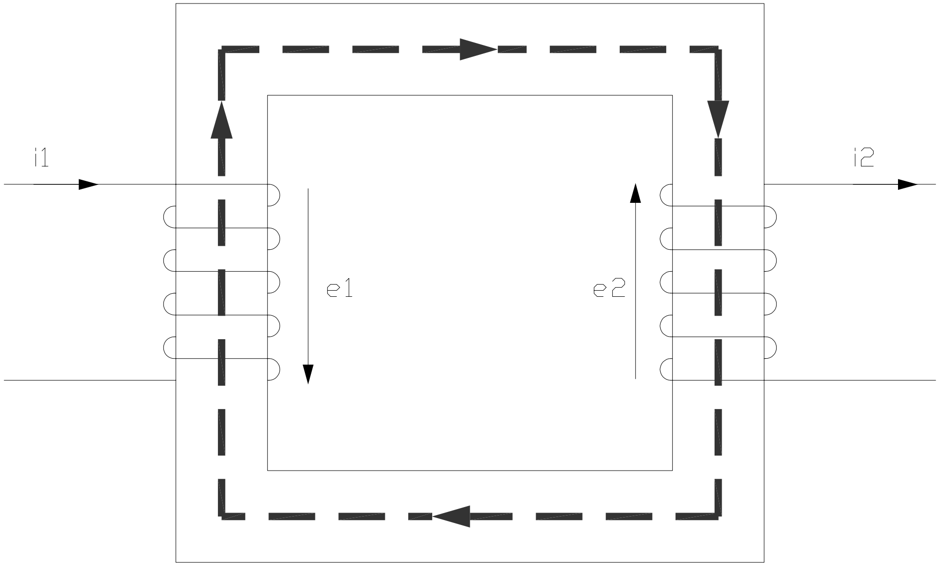
Dispersione magnetica nei trasformatori monofase

Supponiamo che l'avvolgimento primario di un trasformatore monofase sia percorso dalla corrente i_1 e supponiamo di mantenere $i_2=0$, l'avvolgimento primario concatenerà un flusso φ_1 che nel trasformatore ideale vale:

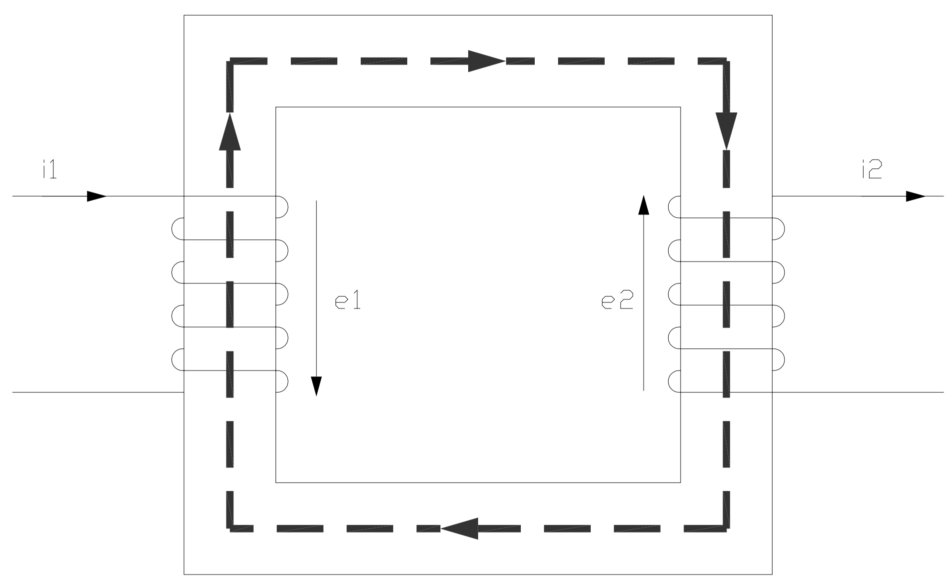
$$\varphi_1 = N_1\phi$$



Dispersione magnetica nei trasformatori monofase

Nella realtà non è così perché esistono delle linee di flusso che pur concatenando tutto l'avvolgimento primario concatenano solo parte o per niente l'avvolgimento secondario. Pertanto indicando con Φ quella parte di flusso che concatena interamente sia il primario che il secondario, si ha:

$$\varphi_1 = N_1\phi + \varphi_{1d}$$



Dispersione magnetica nei trasformatori monofase

$$\varphi_1 = N_1\phi + \varphi_{1d}$$

Dove φ_{1d} è la somma dei flussi che per la maggior parte si svolgono in aria e quindi si potrà affermare che essi siano proporzionali alla corrente dell'avvolgimento secondo un coefficiente di proporzionalità L_{1d}. Quindi:

$$\varphi_1 = N_1\phi + L_{1d} i_1$$

Dispersione magnetica nei trasformatori monofase

Se scriviamo la legge delle tensioni all'avvolgimento primario, tenendo conto delle resistenze ohmiche dello stesso si ha:

$$v_1 = -e_1 + R_1 i_1 = -\left(-\frac{d\varphi_1}{dt}\right) + R_1 i_1$$

$$= L_{1d} i_1 + N_1 \phi$$

$$v_1 = R_1 i_1 + L_{1d} \frac{dL_1}{dt} + N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

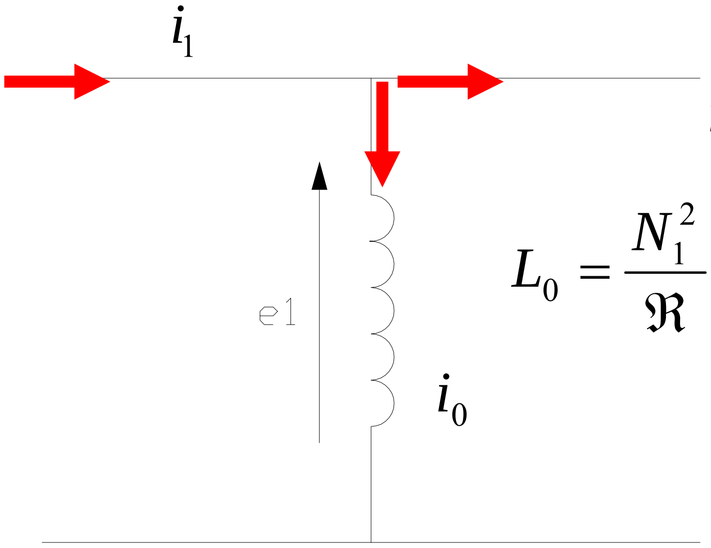
$$= \frac{\left(N_1 i_1 + N_2 i_2\right)}{\Re}$$

$$e_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt} = -\frac{N_1^2}{\Re} \frac{d}{dt}\left(i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2\right)$$

$$L_0 = \frac{N_1^2}{\Re}$$

Dispersione magnetica nei trasformatori monofase

Diciamo che L_0 è “l’induttanza di magnetizzazione” del trasformatore; essa può essere considerata come un effetto fittizio del trasformatore in cui viene indotta la f.e.m. primaria, che assorbe una corrente i_0 necessaria per magnetizzare il nucleo.

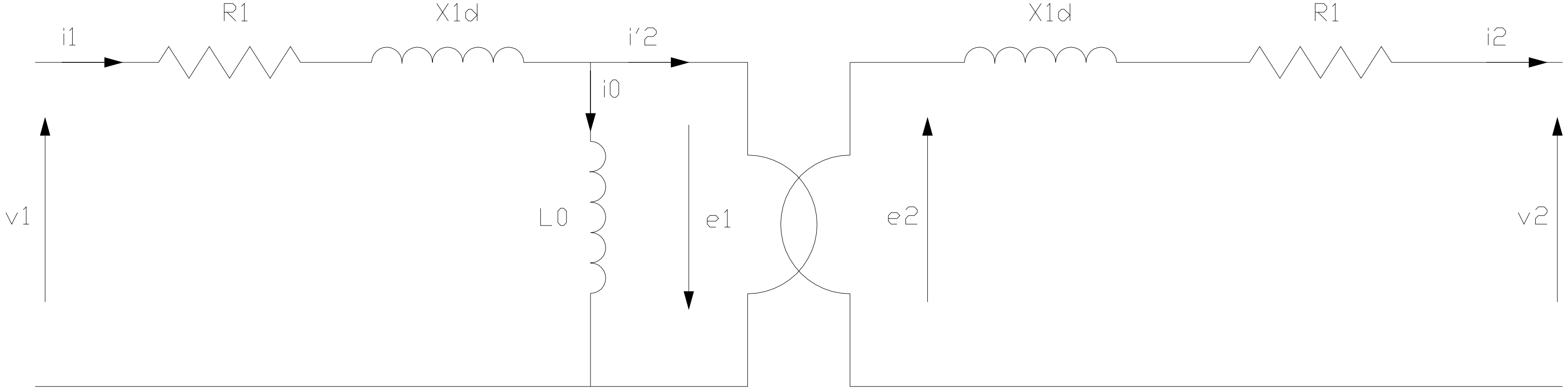


$$i_2' = \frac{N_1}{N_2} i_2$$

$$L_0 = \frac{N_1^2}{\Re}$$

Dispersione magnetica nei trasformatori monofase

A questo punto astraendo ancora per il momento dalle perdite nel ferro, se facciamo l'ipotesi che R=cost possiamo costruire un "modello elettrico lineare del trasformatore privo delle perdite nel ferro".



Dispersione magnetica nei trasformatori monofase

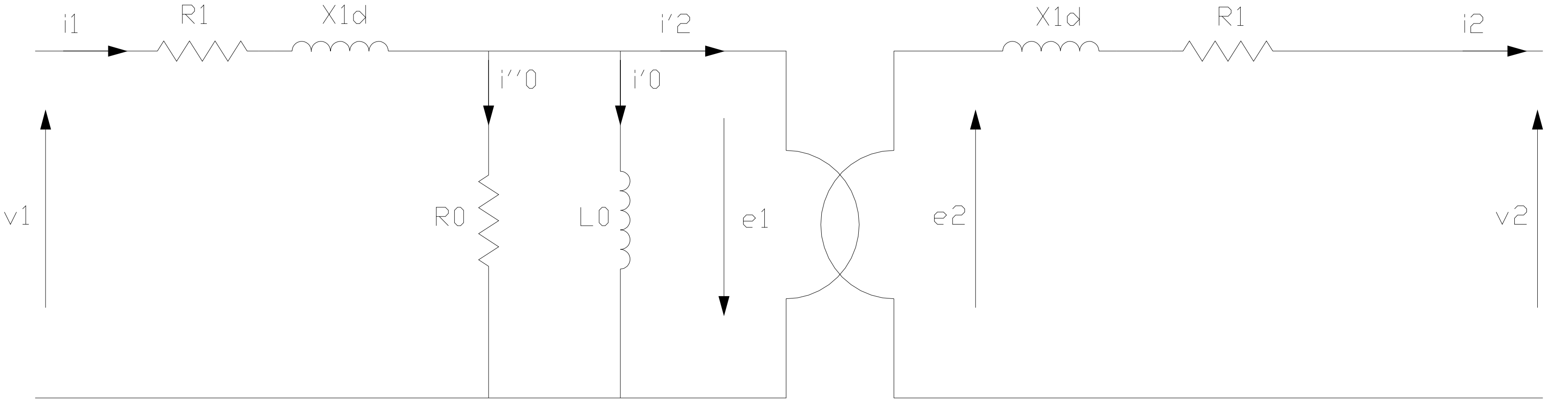
Consideriamo, ora, anche le perdite nel ferro (per isteresi magnetica, per correnti parassite). Le perdite per isteresi sono dovute al fatto che la caratteristica di magnetizzazione non è lineare.

In realtà continueremo a considerare un modello lineare del trasformatore, ricordando che le perdite nel ferro sono proporzionali al quadrato del flusso nel nucleo, e le modelleremo con la seguente relazione:

$$P_{fe} = \frac{E_1^2}{R_0}$$

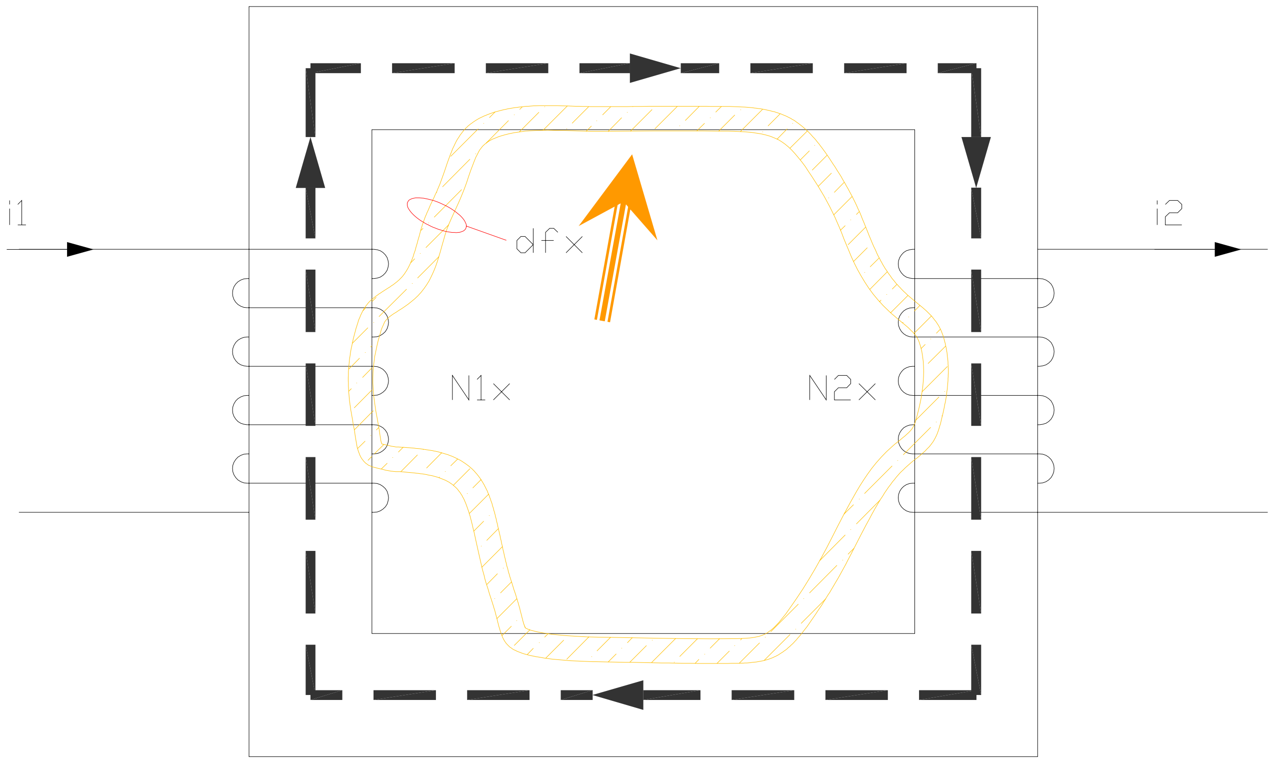
Dispersione magnetica nei trasformatori monofase

Modello lineare del trasformatore reale:



Dispersione magnetica nei trasformatori monofase

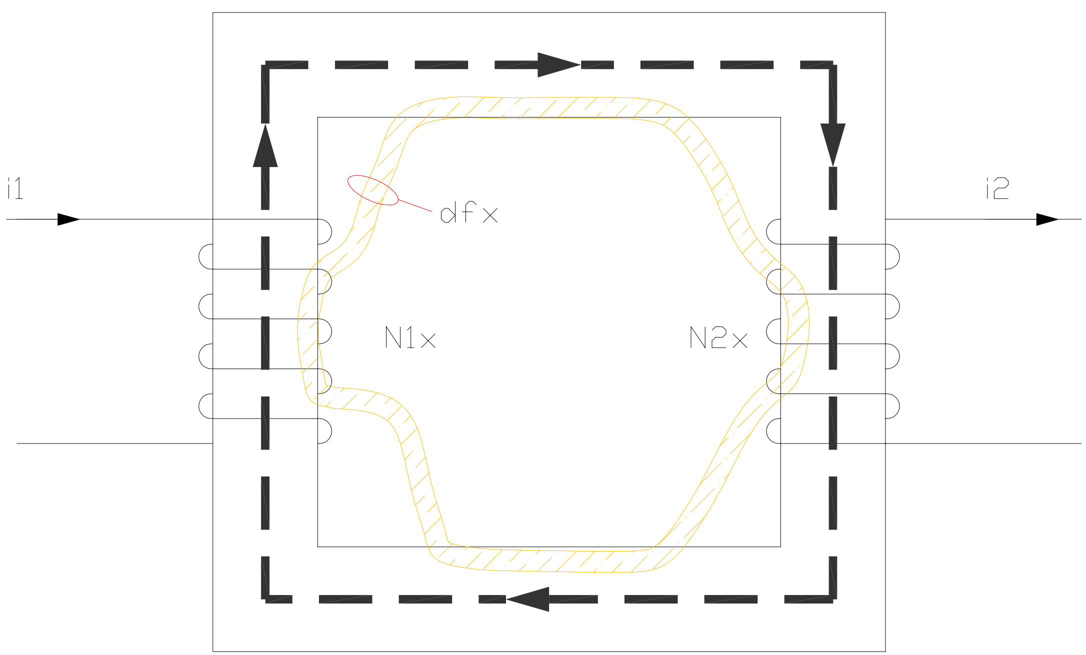
Consideriamo un nucleo di materiale ferromagnetico su cui sono disposti due avvolgimenti di N_1 e di N_2 spire; consideriamo poi un tubo di flusso infinitesimo $d\varphi_x$ che concateni N_{1x} spire primarie e N_{2x} spire secondarie



Dispersione magnetica nei trasformatori monofase

Scriviamo la legge della circuitazione magnetica a tale tubo di flusso:

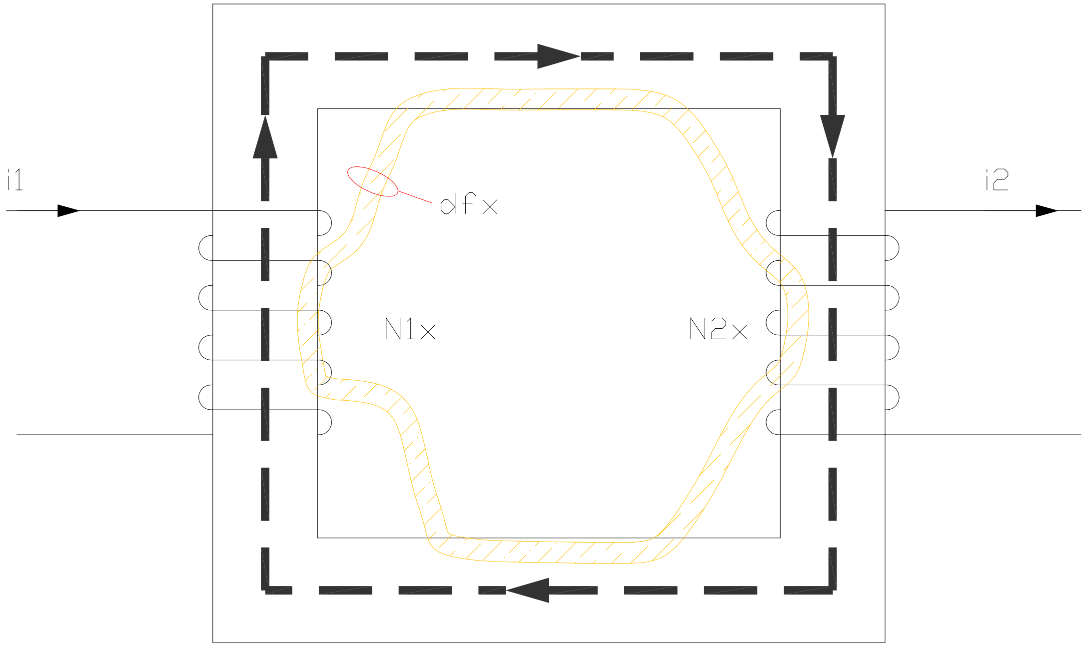
$$\Re_x d\varphi_x = N_{1x} i_1 + N_{2x} i_2 \quad \Longrightarrow \quad d\varphi_x = \frac{N_{1x} i_1 + N_{2x} i_2}{\Re_x}$$



Dispersione magnetica nei trasformatori monofase

Il contributo di dφx al flusso concatenato primario è dφ1 pari a:

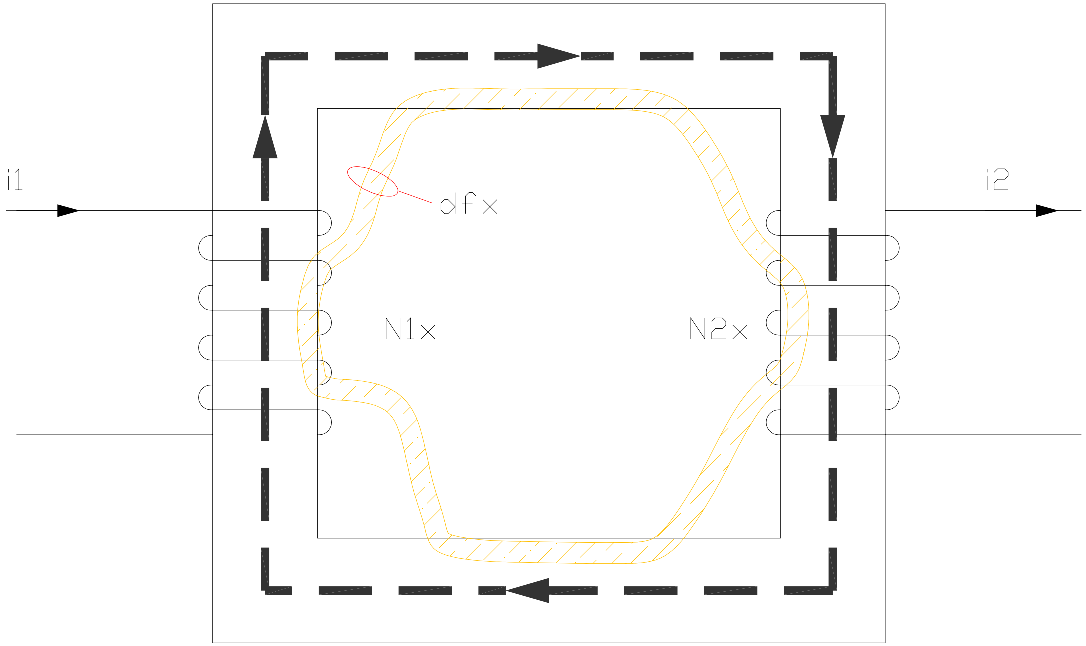
$$d\varphi_1 = N_{1x} d\varphi_x \quad \Longrightarrow \quad d\varphi_1 = \frac{N_{1x}^2 i_1 + N_{1x} N_{2x} i_2}{\Re_x}$$



Dispersione magnetica nei trasformatori monofase

I flussi concatenati con l'avvolgimento si ottengono sommando i dφx su tutti i tubi di flusso elementari:

$$\varphi_1 = \sum_x \frac{N_{1x}^2 i_1 + N_{1x} N_{2x} i_2}{\Re_x} \qquad \varphi_2 = \sum_x \frac{N_{1x} N_{2x} i_1 + N_{2x}^2 i_2}{\Re_x}$$



Dispersione magnetica nei trasformatori monofase

Trasformiamo le espressioni precedenti come segue:

$$\varphi_1 = \sum_x \left(\frac{N_{1x}^2 i_1}{\Re_x} + \frac{N_{1x} N_{2x} i_2}{\Re_x} \right)$$

$$= \sum_x \quad \frac{N_{1x}^2 i_1}{\Re_x} + \frac{N_1}{N_2} \frac{N_{1x} N_{2x} i_1}{\Re_x} - \frac{N_1}{N_2} \frac{N_{1x} N_{2x} i_1}{\Re_x} + \frac{N_{1x} N_{2x} i_2}{\Re_x}$$

$$= \sum_x \left(\frac{N_{1x}^2}{\Re_x} - \frac{N_1}{N_2} \frac{N_{1x} N_{2x}}{\Re_x} \right) i_1 + \sum_x \frac{N_{1x} N_{2x}}{\Re_x} \left(\frac{N_1}{N_2} i_1 + i_2 \right)$$

Dispersione magnetica nei trasformatori monofase

$$= \sum_x \left(\frac{N_{1x}^2}{\Re_x} - \frac{N_1}{N_2} \frac{N_{1x} N_{2x}}{\Re_x} \right) i_1 \qquad + \sum_x \frac{N_{1x} N_{2x}}{\Re_x} \left(\frac{N_1}{N_2} i_1 + i_2 \right)$$

$\Downarrow$

Dipende solo dalla corrente i1, non è nullo con N2x=0, mentre si annulla se N1x=0 ovvero se:

$$\frac{N_{1x}}{N_{2x}} = \frac{N_1}{N_2}$$

Flusso di dispersione primaria

φ1d

$\Downarrow$

Dipende sia dalla i1 che dalla i2; è nullo con N2x=0 e anche con N1x=0.

Flusso concatenato con l'avvolgimento

Φ

Dispersione magnetica nei trasformatori monofase

La precedente relazione può essere riscritta nella forma:

$$\varphi_1 = \sum_x \left(\frac{N_{1x}^2}{\Re_x} - \frac{N_1}{N_2} \frac{N_{1x} N_{2x}}{\Re_x} \right) i_1 + N_1 \sum_x \frac{N_{1x} N_{2x}}{\Re_x} \left(\frac{1}{N_2} i_1 + \frac{1}{N_1} i_2 \right)$$

$$\varphi_1 = L_{1d} i_1 + N_1 \phi$$

$L_{1d} =$

$\phi =$

Dispersione magnetica nei trasformatori monofase

Teniamo presente che:

$$\frac{1}{N_2}i_1 + \frac{1}{N_1}i_2 = \frac{1}{N_1 N_2}\left(N_1 i_1 + N_2 i_2\right) = \frac{1}{N_1 N_2}\phi\Re$$

Sostituendo nella relazione precedente:

$$\phi = \sum_x \frac{N_{1x}N_{2x}}{\Re_x}\left(\frac{1}{N_1 N_2}\phi\Re\right) \Longrightarrow \Re = \left(\sum_x \frac{N_{1x}N_{2x}}{\Re_x}\left(\frac{1}{N_1 N_2}\right)\right)^{-1}$$

Dispersione magnetica nei trasformatori monofase

In definitiva:

$$L_0 = \frac{N_1^2}{\Re} = N_1^2 \sum_x \frac{N_{1x} N_{2x}}{\Re_x} \frac{1}{N_1 N_2} = \frac{N_1}{N_2} \sum_x \frac{N_{1x} N_{2x}}{\Re_x}$$

Induttanza di magnetizzazione del trasformatore